

**Nikolas Lukin**

**Simulação do escoamento em sistemas porosos usando MPS  
(*Moving-Particle Semi-Implicit*).**

São Paulo

2009



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Simulação do escoamento em sistemas porosos usando MPS**  
***(Moving-Particle Semi-Implicit).***

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para a obtenção do título  
de Graduação em Engenharia

Nikolas Lukin

Orientador: Liang Yee Cheng

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

São Paulo

2009

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Lukin, Nikolas**

**Simulação do escoamento em sistemas porosos  
usando MPS (Moving-Particle Semi-Implicit) /  
N. Lukin. – São Paulo, 2009.  
52 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da  
Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia  
Mecânica.**

**1. Hidrodinâmica 2. Mecânica dos fluídos  
computacional  
3. Permeabilidade do solo I. Universidade de São  
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de  
Engenharia Mecânica II. t.**

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à todos áqueles que se esforçaram para se aperfeiçoar. E que com a sua coragem e ousadia, questionaram e desafiaram os tabus. E ainda conseguiram “dar um jeito”. Aos que dedicaram as suas vidas para fazer um mundo melhor.

À minha mãe, uma destas pessoas.

## Resumo

*Recentemente, as descobertas de reservas naturais de petróleo impulsionaram o desenvolvimento de soluções para o problema de simulação numérica de escoamentos em meio poroso. Diversas simulações numéricas foram realizadas para investigar o fenômeno, entretanto pouco ainda se estudou utilizando métodos sem malhas para o cálculo os quais deverão simplificar o pré-processamento e assim como possibilitar a modelagem de geometrias complexas. O MPS (Moving-Particle Semi-Implicit) é um método computacional desenvolvido para simular o comportamento dinâmico de um fluido. O método consiste em dividir o domínio em partículas e, sob o ponto de vista Lagrangeano, resolver as equações da continuidade e de Navier-Stokes aplicando operadores derivados de um modelo de interação entre partículas. Por trabalhar sem a necessidade do uso de malhas, o método tem diversas aplicações em problemas que envolvem fragmentações, superfícies livres e grandes deformações. Neste trabalho, o MPS será utilizado para simular o escoamento de um fluido através de um meio poroso, modelado, por simplificação, como um aglomerado de cilindros. A disposição, o diâmetro dos cilindros e a distância entre eles assim como a distância entre as partículas e o incremento de tempo são variados sistematicamente para se determinar as melhores condições do cálculo. As simulações realizadas em um ambiente 2D e 3D mostraram boa aderência com os resultados previstos pela lei de Darcy e pela equação de Carman Kozeny.*

**Palavras-chave:** Hidromecânica, Mecânica dos fluidos computacional, Permeabilidade do solo

## **Abstract**

*Recently, new discoveries of oil reservoirs have pushed the development of the numerical method to simulate flow in porous media. In the past, several numerical methods have been proposed to investigate the phenomena, however few of approaches are meshless ones, which may simplify the pre-processing and be able to model complex geometry, as well. For this purpose, MPS (Moving-Particle Semi-Implicit) is a Lagrangean method originally developed to simulate dynamic behavior of incompressible fluid by dividing the domain in particles. The continuity equations and Navier-Stokes equations are solved by using operators, which are devised from a particle interaction model that replaces the differential operator. As a meshless method, it is very powerful approach for the problems that involve fragmentations, free surfaces and great deformations. In the present work, MPS is used to simulate a fluid flow in a porous media. For the sake of simplicity, the porous media is modeled as a conglomerate of spheres. The effects of the spheres arrangement, diameter and distance as well as the distance of particle used to discretized the domain is analyzed systematically. The validation for the numerical approach was done by comparing numerical results with those one predicted by Darcy law and Carman Kozeny equation for laminar flow in porous media. 2D and 3D simulation results shows a good correlation to those theoretical data.*

*Keywords: Hydromechanics, Computational Fluid Dynamics, Permeability of Soil*

# Sumário

## LISTA DE TABELAS

## LISTA DE FIGURAS

## Conteúdo

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. REVISÃO DE LITERATURA .....	16
2.1 Meios porosos.....	16
2.2 Propriedades do escoamento .....	16
2.3 Tipos de rochas .....	17
2.4 Empacotamento .....	11
2.5 Tamanho dos grãos .....	12
2.6 Porosidade .....	13
2.7 Permeabilidade .....	13
2.8 Lei de Darcy .....	14
3. Modelos para simulação .....	18
3.1 Abordagem numérica .....	18
3.2 Algoritmo do MPS .....	20
3.3 Casos de estudo .....	22
4 Resultados e discussões .....	24
4.1 Cálculo e metodologia de análise .....	24
4.2 Análise dos efeitos dos parâmetros de simulação .....	26



4.2.1 Incremento de tempo .....	26
4.2.2 Distância entre partículas.....	28
4.2.3 Tempo de amostragem.....	29
4.2. Efeito das propriedades do escoamento.....	30
4.3 Efeito da porosidade .....	36
4.4. Validação .....	39
4.4.3. Estudo de Convergência .....	39
4.5. Simulações em ambiente 3D .....	40
5. Conclusões.....	43
6. Direitos autorais.....	43
Bibliografia.....	44
ANEXOS.....	47
Anexo A: Rotina em C++ para geração dos modelos cilíndricos .....	47
Anexo B: Tabela dos casos simulados .....	52

## Índice de figuras

Figura 1: distribuição da matriz energética brasileira .....	15
Figura 2: Representação dos poros para diversas rochas .....	17
Figura 3: Representação das camadas de rochas em um reservatório .....	17
Figura 4: Representação dos modelos de Silin e Patzek .....	11
Figura 5: Representação da estrutura alinhada .....	11
Figura 6: Representação da estrutura cruzada .....	11
Figura 7: Diferentes arranjos estruturais para os cilindros do meio poroso .....	12
Figura 8: Microfotografia de uma rocha-reservatório contendo óleo .....	12
Figura 9: Imagem obtida por microscópio eletrônico de varredura (MEV) para uma amostra de caolinita mostrando os seus grãos bem como seus poros .....	13
Figura 10: Representação dos poros permeáveis e impermeáveis em areias e rochas ...	14
Figura 11: Esquema do experimento realizado por Henry Darcy para estudar o comportamento da água em um meio poroso .....	15
Figura 12: Comparação do perfil de velocidades do escoamento em função do tempo com o resultado teórico obtido a partir da equação de Navier-Stokes. ....	19
Figura 13: Fluxograma das rotinas do MPS .....	20
Figura 14: representação da lista de vizinhança de uma partícula .....	21
Figura 15: Modelo alinhado para a simulação.....	23
Figura 16: Modelo cruzado para a simulação.....	23
Figura 17: Cluster (Altix) do TPN (Cluster do TPN, 2007).....	24
Figura 18: modelo alinhado 2D para a simulação visualizado no MPSview .....	25
Figura 19: modelo cruzado 2D para a simulação visualizado no MPSview .....	25

Figura 20: gráfico da pressão em função da posição axial (x) para um escoamento no modelo cruzado mostrando a linha de tendência da pressão das partículas e o desvio padrão em relação à média. ....	26
Figura 21: visualização do gradiente de pressão em função da posição axial (x) para um escoamento no modelo cruzado mostrando a média e a distribuição dos pontos.....	26
Figura 22: Resposta da pressão para diferentes valores de time-step.....	27
Figura 23: Resposta da pressão para diferentes valores de distância entre partículas....	28
Figura 24: Queda da pressão em função do tempo de simulação.....	30
Figura 25: Variação da queda de pressão para diferentes valores de densidade fluido..	31
Figura 26: Variação da queda pressão para diferentes valores velocidade escoamento	32
Figura 27: Variação da queda pressão para diferentes valores de viscosidade fluido....	33
Figura 28: Variação da queda pressão para diferentes comprimentos caminho poroso.	34
Figura 29: Pressão em função de diâmetro poro / poro efetivo.....	35
Figura 30: Desvio-padrão da queda pressão para diferentes valores diâmetro poro/poro efetivo .....	36
Figura 31: Variação da permeabilidade do modelo cruzado em função da porosidade .	37
Figura 32: Permeabilidade do modelo alinhado em função da porosidade.....	38
Figura 33: Variação do desvio do valor teórico para diferentes valores de razão raio do cilindro e distância entre partículas .....	39
Figura 34: Visualização do modelo 3D (com corte) no Pos3D.....	41

## Índice de tabelas

Tabela 1: Coeficientes empíricos para a equação de Carman Kozeny .....	16
Tabela 2: Alguns valores típicos dos parâmetros de Carman-Kozeny .....	17
Tabela 3: Parâmetros da simulação para analisar o efeito do incremento de tempo .....	27
Tabela 4: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da distância entre partículas .....	28
Tabela 5: Parâmetros da simulação para analisar o efeito do tempo de amostragem ....	29
Tabela 6: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da densidade do fluido .....	31
Tabela 7: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da velocidade escoamento...	32
Tabela 8: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da viscosidade do fluido.....	33
Tabela 9: Parâmetros da simulação para analisar o efeito de $L$ .....	34
Tabela 10: Parâmetros da simulação para analisar o efeito de $D$ .....	35
Tabela 11: Parâmetros da simulação para estudar o efeito porosidade do meio .....	37
Tabela 12: Valores da constante de Carman-Kozeny para o modelo 2D .....	38
Tabela 13: Valores otimizados para o modelo .....	40
Tabela 14: Parâmetros da simulação para estudar a simulação 3D .....	41
Tabela 15: Dimensões dos modelos 3D para a simulação numérica.....	42
Tabela 16: Resultados para os ensaios 3D.....	42

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das atividades da engenharia mecânica é a aplicação da matemática e da física na concepção, construção e análise de sistemas mecânicos. Neste âmbito, o MPS (*Moving-Particle Semi-Implicit*) é um método computacional que tem a finalidade de simular o comportamento e a dinâmica de um fluido. O método consiste em dividir o domínio em partículas e, sob o ponto de vista Lagrangeano, resolver as equações da continuidade e de Navier Stokes. A simulação consiste em duas etapas: na primeira, explícita, são consideradas as forças externas que agem na partícula, como a gravidade, a viscosidade e a tensão superficial, enquanto que na segunda, são computadas a pressão interna do fluido que, combinadas com a conservação de momento, fazem com que o fluido seja incompressível.

Esse método pode ser usado na exploração de soluções para muitos problemas da engenharia. Por trabalhar sem a necessidade do uso de malhas, o método tem diversas aplicações em problemas que envolvem fragmentações, superfícies livres e grandes deformações. Muito se estuda a sua aplicação na influência do movimento de ondas em navios e até mesmo o escoamento de fluidos em sistemas biológicos. O TPN (Tanque de Provas Numérico), parceiro da PETROBRÁS na pesquisa e desenvolvimento das indústrias *offshore* e de petróleo atua na simulação de corpos flutuantes e na hidrodinâmica aplicada. O impulso para o desenvolvimento deste método advém da necessidade de se simular a dinâmica de fluidos em condições extremas como é o caso em processos prospecção do petróleo onde muitas vezes é difícil e economicamente inviável fazer ensaios físicos. Entretanto, pouco ainda se estudou sobre esses processos utilizando o método MPS.

Esse trabalho de formatura tem por objetivo estudar, com base no MPS, o escoamento de fluidos em meios porosos. Aproveitando o potencial do MPS, são simulados sistemas que envolvem escoamento em meios porosos com a finalidade de verificar a perda de carga provocada pelas dissipações de energia que são principalmente devidas ao atrito viscoso. Estas perdas de carga são comparadas com os valores teóricos da equação de Carman-Kozeny e com as tendências que a Lei de Darcy sugere. Nesta análise, são determinadas as condições ótimas de simulação do escoamento.

Sabe-se que o escoamento em meios porosos obedece a lei de Darcy. De acordo com esta lei, proposta pelo engenheiro francês Henry Darcy em 1856, a perda de carga de um fluido em um meio poroso homogêneo é linear e, conhecendo-se as propriedades do meio e do fluido o seu comportamento é facilmente previsto. Como casos de estudo, serão considerados escoamentos 2D através de cilindros, que representarão uma idealização de um reservatório de petróleo, cujas dimensões variar-se-ão sistematicamente. Os resultados obtidos serão analisados e comparados com os experimentais e serão avaliados os efeitos das dimensões do modelo e do grau de compactação dos cilindros.

Cabe notar que esse estudo poderá ser de grande interesse para a indústria de petróleo. Dado que a matriz energética brasileira se baseia principalmente no petróleo como combustível (figura 1), são fundamentais que se tenham em mãos métodos eficientes para a sua exploração. Desta forma, este trabalho de conclusão de curso não apenas tem a função de aprimorar o MPS para as situações as quais lhe são solicitadas como também o de possivelmente atender às necessidades da indústria de petróleo *off-shore*.



**Figura 1:** distribuição da matriz energética brasileira (Matriz energética brasileira, 2001)

## **2. REVISÃO DE LITERATURA**

### ***2.1 Meios porosos***

Por definição, um meio poroso é um meio sólido pelo qual existem espaços vazios por onde um fluido pode passar. Como exemplo de meios porosos pode ser citado rochas, argilas e solos em geral. O escoamento em meios porosos é de grande interesse para engenharia, pois muitos fenômenos de transporte importantes tais como o enchimento de mananciais e a extração de petróleo ocorrem nestes meios.

Conhecer e detalhar um fenômeno são fundamentais para prever e eventualmente prevenir suas conseqüências. O problema de estudar um meio poroso advém da grande complexidade geométrica do meio.

### ***2.2 Propriedades do escoamento***

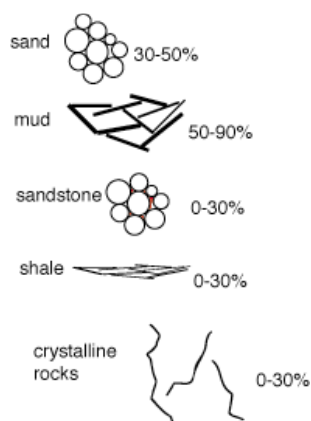
No escoamento em regimes permanente, são válidas as hipóteses de conservação de massa e da conservação de energia do fluido. Por conservação de massa, entende-se que a quantidade de fluxo que entra deve ser igual àquela que sai do meio e no caso do regime ser permanente, o divergente da velocidade deve ser nulo. Para análise do escoamento, considerar-se-á que o meio está saturado pelo fluido (monofásico). A energia pode ser decomposta em 3 parcelas principais: potencial, cinética e de pressão. Entretanto, as duas primeiras somente são relevantes em situações aonde o fluido sofre grandes variações de altura e velocidades. Este estudo estará focado em descrever a variação da energia de pressão em escoamento laminares e isentos da variação da



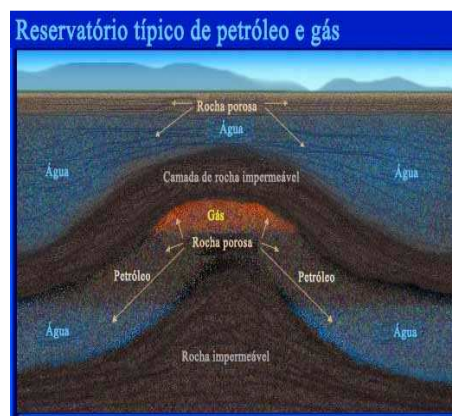
energia potencial gravitacional, pois é admitido que o fluido escoar a baixas velocidades num fluxo que se resumem em baixos números de Reynolds (Berman, 1953). Adicionalmente, para comodidade de cálculos, o meio será considerado isotrópico.

## 2.3 Tipos de rochas

Existem basicamente 3 grandes grupos de rochas: são elas, as ígneas as sedimentares e as rochas metamórficas. As rochas ígneas são formadas pelo resfriamento e solidificação do magma, as sedimentares a partir da decomposição e compactação da matéria orgânica e inorgânica e as metamórficas por sua vez, a partir da erosão de outras rochas. O petróleo, em geral, fica armazenado nos poros de rochas sedimentares (rocha reservatório). Como este projeto está destinado principalmente a simular escoamentos em reservatórios de petróleo, a síntese do problema estará focada nas rochas sedimentares. Mais especificamente, as rochas sedimentares formadas por arenito (pós-sal) serão de maior interesse por apresentarem uma maior predominância no cenário petro-geológico brasileiro.



**Figura 2: Representação dos poros para diversas rochas (Estrutura solo)**



**Figura 3: Representação das camadas de rochas em um reservatório (Estrutura solo)**

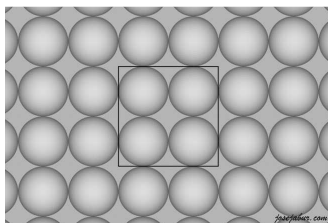
## 2.4 Empacotamento

As rochas sedimentares podem ser modeladas como um empacotamento de grãos. Conforme resultados numéricos (Silin, 2006), modelos de esferas compactadas se ajustam bem aos arenitos. Entretanto, em uma primeira abordagem, as simulações são feitas em um ambiente 2D e no lugar de esferas, os obstáculos serão cilíndricos.

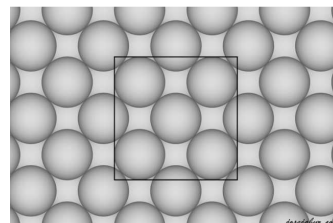


**Figura 4: Representação dos modelos de Silin e Patzek (petroleum, 2006)**

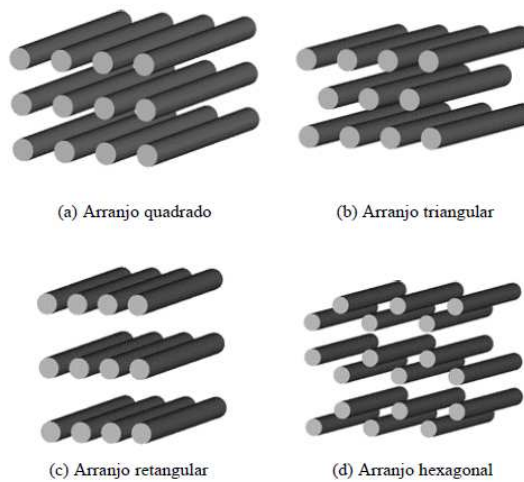
Na medida em que a rocha encontra-se mais profunda, as tensões sobre ela aplicadas tenderão à aumentar. Em termos práticos, isso fará com que o seu arranjo geométrico seja mais compactado diminuindo a sua porosidade. Para fins de análise e por idealização, os grãos do meio serão arranjadas em 2 estruturas principais: alinhada e cruzada (maior grau de compactação). As estruturas estão representadas a seguir nas figuras 5 e 6.



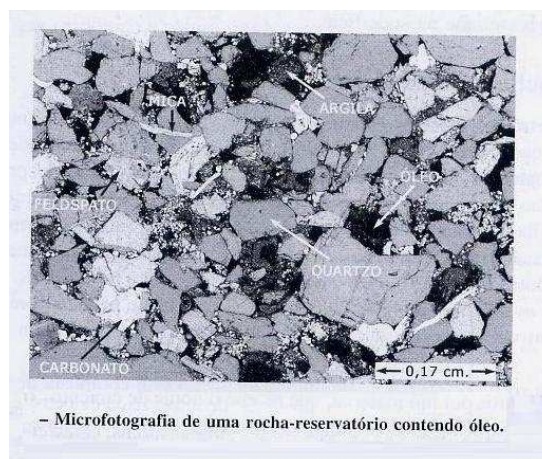
**Figura 5: Representação da estrutura alinhada**  
(Anteparos moleculares)



**Figura 6: Representação da estrutura cruzada**  
(Anteparos moleculares)



**Figura 7: Diferentes arranjos estruturais para os cilindros do meio poroso (Mesofases líquido cristalinas)**

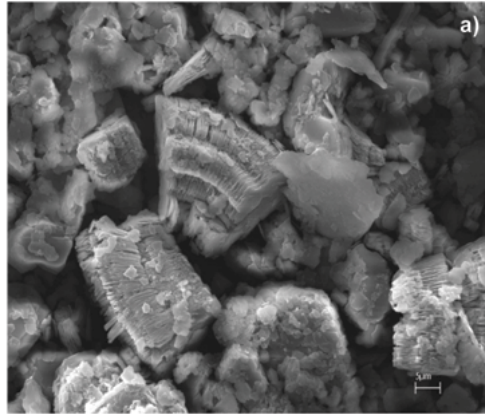


**Figura 8: Microfotografia de uma rocha-reservatório contendo óleo (geologia do petróleo)**

## 2.5 Tamanho dos grãos

Tamanho dos grãos refere-se às dimensões físicas das partículas de uma rocha ou de um outro sólido e essa propriedade define a maioria das propriedades básicas dos sedimentos. As medidas de tamanho de grão podem ser determinadas através de diversas técnicas. Devido à irregularidade de formatos dos grãos, o conceito de diâmetro de grão é muito arbitrário. Um dos

métodos mais utilizados consiste na determinação da média da medida de vários grãos e o tamanho é definido como a média deles.



**Figura 9: Imagem obtida por microscópio eletrônico de varredura (MEV) para uma amostra de caulinita mostrando os seus grãos bem como seus poros (Maia, Saldanha, Angélica, Souza, & Neves, 2007)**

## ***2.6 Porosidade***

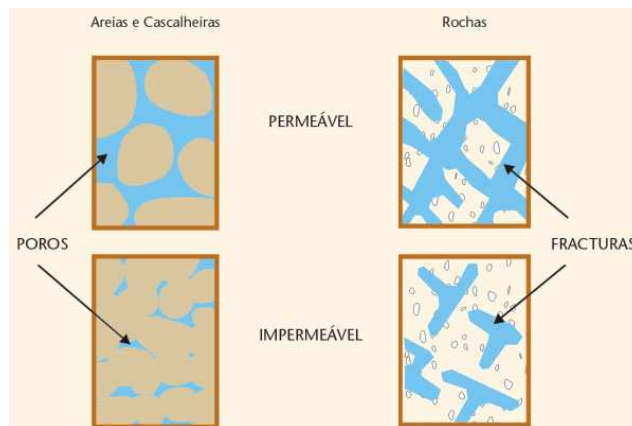
Um outro parâmetro fundamental para a caracterização de meios porosos é a porosidade. A porosidade é a relação entre os espaços vazios de um meio e o espaço total que o meio poroso ocupa. A porosidade é um parâmetro adimensional e geralmente tem o seu valor tabelado para cada tipo de rocha. O arenito, como exemplo, geralmente tem a sua porosidade dentro do intervalo de 5 a 30%.

## ***2.7 Permeabilidade***

Juntamente com a porosidade, a permeabilidade é um dos principais fatores para a caracterização do meio poroso. A permeabilidade é a facilidade com que um dado fluido escoar pelo meio poroso. Em geral este parâmetro está diretamente ligado à porosidade, entretanto, meios altamente porosos em que os poros não estão concatenados entre si apresentam uma baixa

permeabilidade. A permeabilidade é medida em Darcy (D) ou, mais usualmente, em miliDarcy (mD) [L<sup>2</sup>].

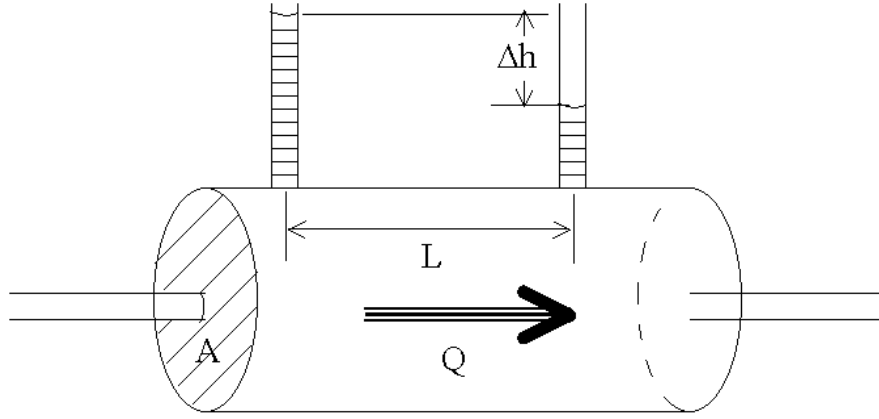
A relação entre permeabilidade e porosidade está ilustrada na figura 10 a seguir:



**Figura 10: Representação dos poros permeáveis e impermeáveis em areias e rochas (Água subterrânea)**

## **2.8 Lei de Darcy**

Em 1856 o engenheiro civil e cientista francês Henry Darcy (1803-1858) propôs uma relação numérica para caracterizar o escoamento em meios porosos (Darcy, 1856). Esta lei deriva da observação que ele fez dos instrumentos de medida de cargas piezométricas do seu aparato para analisar o escoamento em meios porosos enquanto estava envolvido em um projeto para a construção da rede de abastecimento de água para França. Estudando a perda de carga em tubulações, inicialmente verticais, o cientista criou um modelo de escoamento por onde a água passava por um conduto contendo um meio sedimentar. O aparato que ele utilizou está ilustrado a seguir na figura 11:



**Figura 11: Esquema do experimento realizado por Henry Darcy para estudar o comportamento da água em um meio poroso (Li, 2000)**

Após várias leituras, Darcy concluiu que a perda de carga é inversamente proporcional à um parâmetro que ele definiu como a condutividade hidráulica e diretamente proporcional à viscosidade e ao comprimento do caminho poroso. A forma mais completa da sua equação pode ser verificada a partir da fórmula de Bernoulli para escoamentos incompressíveis.

$$\bar{v} = K \frac{(H_1 - H_0)}{L} \quad (1)$$

Sendo, K definido como a condutividade hidráulica do fluido no meio [ $LT^{-1}$  ou  $m\ s^{-1}$ ] e k a permeabilidade intrínseca do meio poroso [ $m^2$  ou Da ( $10^{-12}m^2$ )];

$$K = \frac{k}{\mu} \quad (2)$$

Para baixos números de Reynolds e para um escoamento horizontal, a perda de carga piezométrica pode ser resumida à componente da pressão, ou seja,  $\Delta H = \frac{\Delta P}{\rho}$ , onde  $\rho$  é a densidade específica do fluido.

A determinação analítica da permeabilidade é muito difícil pela geometria complexa do meio. Uma tentativa de descrever o escoamento em um meio poroso foi feita por Carman e Kozeny (1948) que supuseram que um meio poroso pode ser modelado por um aglomerado de partículas que formam tubos capilares por onde o fluido pode escoar. Aplicando a equação de Navier-*Stokes* ao escoamento neste modelo, eles concluíram que existe uma relação entre a porosidade ( $\theta$ ) e a permeabilidade do meio ( $k$ ). Pelas suas deduções, conhecendo-se a porosidade, a permeabilidade do meio pode ser calculada por (Sutera S. P., 1993):

$$k = \frac{1}{c_0 \cdot S_o^2} \cdot \frac{\theta^3}{(1 - \theta)^2} \quad (3)$$

onde  $S_o$  é a área específica (relação entre a sua área e o volume) das partículas de solo e  $c_0$  é um coeficiente empírico cujo valor pode ser encontrado na tabela 1:

**Tabela 1: Coeficientes empíricos para a equação de Carman Kozeny (Scheidegger, 1960)**

Porosidade	Escoamento em cilindros paralelos	Escoamento em cilindros perpendiculares	Escoamento em cilindros orientados aleatoriamente	Escoamento em um arranjo de esferas
0,99	31,10	53,83	46,25	71,63
0,90	7,31	11,03	9,79	11,34
0,80	5,23	7,46	6,72	7,22
0,70	4,42	6,19	5,60	5,79
0,60	3,96	5,62	5,07	5,11
0,50	3,67	5,38	4,97	4,74
0,40	3,44	5,28	4,66	5,54

Outros modelos foram propostos para descrever o comportamento do fluido em meios porosos. Uma alternativa para a equação de *Karman e Kozeny* (Carman, 1948), eficiente apenas para  $0,2 > \theta > 0,8$ , foi feita por Rudnick (Scheidegger, 1960) que considerou que ao invés de

capilares, o meio poroso deveria ser modelado como um aglomerado de esferas. Ele concluiu que a permeabilidade pode ser calculada por (2):

$$k = \frac{1}{5.S_o^2} \cdot \frac{3,45.(1-\theta)^{1/3} + 4,5.(1-\theta)^{5/3} - 3.(1-\theta)^2}{3.(1-\theta) + 2.(1-\theta)^{8/3}} \quad (4)$$

Todavia, esta última solução é muito complicada! No âmbito de corrigir os desvios observados em casos reais, a equação de Karman e Kozeny foi sendo aperfeiçoada de forma a incorporar as contribuições do tamanho dos grãos e da sua forma, da tortuosidade do meio, efeitos de sedimentação entre outros. O resultado final foi uma generalização desta equação de modo a relacionar a porosidade com a permeabilidade através de duas constantes empíricas (Nield, 1999)  $C$  e  $n$  (*parâmetros de Carman-Kozeny*). No campo da engenharia do petróleo, esta relação é comumente verificada em rochas.

$$k = \frac{1}{C} \cdot \frac{\theta^{n+1}}{(1-\theta)^n} \quad (5)$$

**Tabela 2: Alguns valores típicos dos parâmetros de Carman-Kozeny (Rodriguez E., 2004)**

Material	C (m <sup>-2</sup> )	n
Sisal	4,8.10 <sup>8</sup>	1,48
Juta	5,3. 10 <sup>8</sup>	1,48
Fibra de vidro	7,4. 10 <sup>8</sup>	0,90



### 3. Modelos para simulação

#### 3.1 Abordagem numérica

Nos últimos anos, com o desenvolvimento da tecnologia computacional, a modelagem de fluidos tem se tornado possível e utilizada na solução de muitos problemas da engenharia. Isso deve ao fato de as leis que governam esses sistemas serem equações diferenciais de difícil (ou quase impossível) solução analítica sendo a resolução numérica uma alternativa eficaz para as suas soluções. Neste âmbito na dinâmica dos fluidos computacional (CFD), a grosso modo há dois tipos de modelos para a simulação numérica: por malhas (*grid-based methods*) e por partículas (*particle-based methods*).

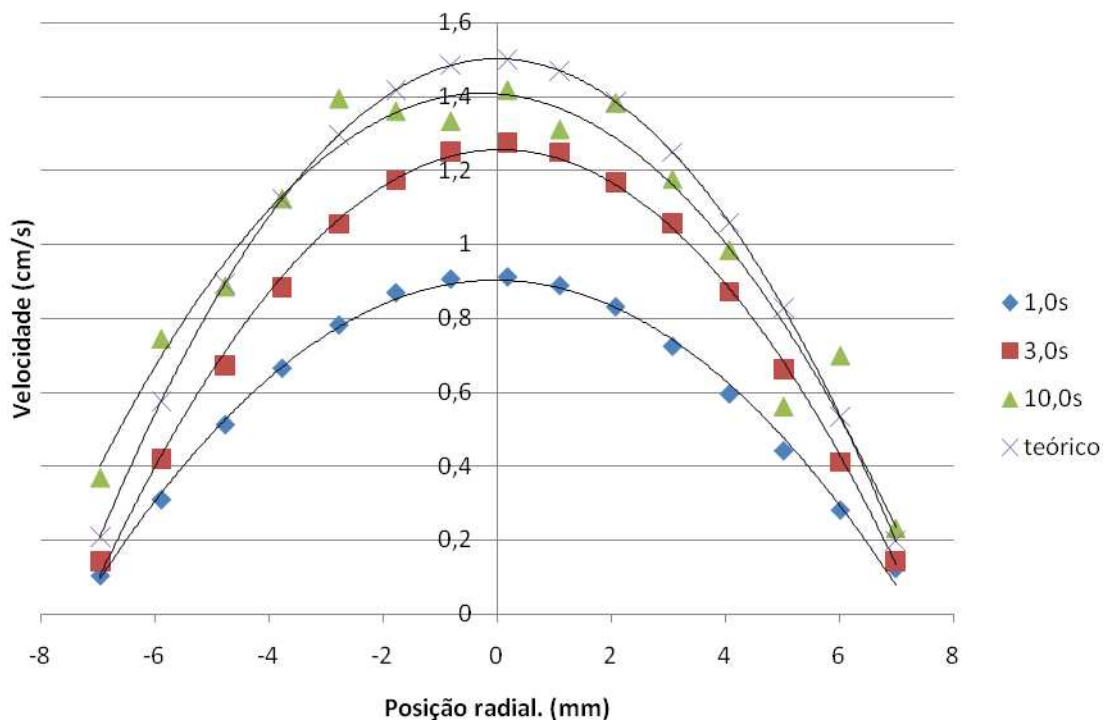
Os métodos de malhas mais conhecidos e utilizados são o método das Diferenças Finitas, o método de Volumes Finitos e o método de Elementos Finitos. Esses métodos são baseadas na descrição Euleriana e necessitam de malhas para caracterizar as geometrias dos modelos, exigindo uma grande sofisticação do modelo para simular fenômenos que apresentam grandes deslocamentos de fluidos e de sólidos, sendo ineficientes para descrever fenômenos altamente não-lineares. Para gerar as malhas, são necessárias ferramentas de criação de malhas, que para modelos complexos, são extremamente sofisticados e em alguns casos tornam-se impraticáveis (Tsukamoto 2006). Como alternativa o método de partículas foi desenvolvido.

O MPS (*Moving-Particle Semi-Implicit*) é um método computacional originalmente desenvolvido para simular o comportamento dinâmico de um fluido. Este método foi desenvolvido por Koshizuka e Oka (Koshizuka S. T. H., 1995) e por trabalhar sem a necessidade do uso de malhas, o método tem diversas aplicações em problemas que envolvem fragmentações, superfícies livres e grandes deformações. O método consiste em dividir o domínio em partículas e, sob o ponto de vista Lagrangeano, resolver as equações diferenciais da continuidade (6) e de *Navier Stokes* (7):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 u + g \quad (7)$$

Para a realização deste trabalho, o método original foi aprimorado. No método original, a velocidade do fluido adjacente às paredes é próxima de zero, mas não-nula. O método foi modificado de modo a se impor a condição de aderência que garante o não-escorregamento do fluido nas superfícies das paredes (Lukin, 2008). O resultado do ensaio de validação desta função, realizado por um escoamento com uma velocidade de entrada de 5mm/s em um conduto fechado de diâmetro 15mm, pode ser visto na figura 12.



**Figura 12: Comparação do perfil de velocidades do escoamento com  $v_0=5\text{mm/s}$  em função do tempo com o resultado teórico obtido a partir da equação de Navier-Stokes.**

### 3.2 Algoritmo do MPS

O MPS está organizado em quatro grandes etapas: pré-processamento, criação da lista de vizinhança, parte explícita e parte implícita. Um fluxograma com as principais etapas será brevemente descrito a seguir.

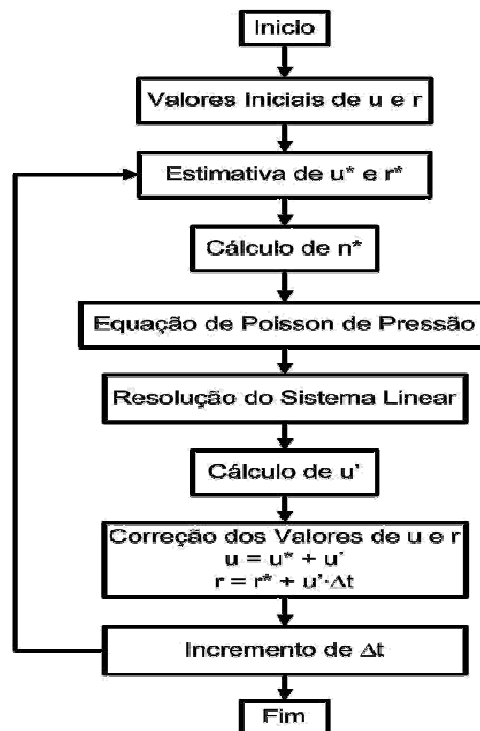
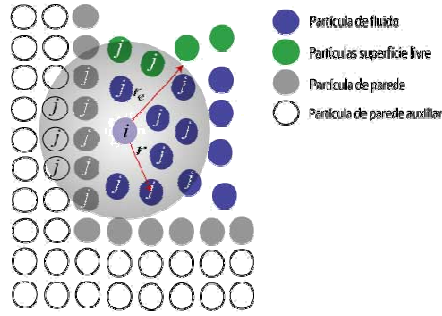


Figura 13: Fluxograma das rotinas do MPS (TSUKAMOTO, 2006)

O pré-processamento consiste na definição dos parâmetros de simulação e a geração de listas de partículas com as posições e velocidades iniciais. Após ler e armazenar as informações iniciais do problema, o programa inicia a parte explícita. Nesta parte, serão atribuídas às partículas a contribuição das forças externas como é o caso da viscosidade, da gravidade e da tensão superficial. Nesta etapa serão gerados valores intermediários para a velocidade e a posição do passo seguinte da simulação. Com relação à modelagem matemática do termo viscoso, Koshizuka et al. (1996), propôs o uso do operador laplaciano em um domínio discretizado conforme mostram a equação (8):

$$\langle \nabla^2 u \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(u_j - u_i) w(|r_j - r_i|)] \quad (8)$$

A cada nova etapa, o programa inicia a criação das listas de vizinhança. Como as interações entre as partículas são calculadas dentro de um raio de vizinhança, o programa divide o domínio espacial da simulação em “*grids*” e dentro de *grids* vizinhos, localiza as partículas vizinhas para uma dada partícula dentro de um raio de vizinhança. Cabe notar que esta etapa é de extrema importância, visto que por hipótese, partículas muito distantes entre si têm contribuições uma a outra desprezíveis, otimizando assim o processamento.



**Figura 14: representação da lista de vizinhança de uma partícula (TSUKAMOTO, 2006)**

Finalmente, o programa inicia a parte implícita do programa. Nesta etapa, serão resolvidas as equações de Poisson de pressão (equação 6), cuja função é garantir a manutenção da densidade do fluido (condição de incompressibilidade). Neste âmbito, a função densidade numérica das partículas (“*pnd*”) (9) foi definida como a somatória dos valores da função peso (10), que é uma medida da contribuição das partículas vizinhas.

$$\langle pnd \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|), \text{ onde} \quad (9)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (10)$$

As pressões calculadas e inseridas em um sistema linear que é resolvido para se achar um valor de correção da velocidade. Findado os cálculos, o programa corrige os valores intermediários para a velocidade e a posição do passo seguinte da simulação.

$$u'_i = \frac{d \cdot \Delta t}{\rho \cdot pnd^0} \sum_{j \neq i} [(P^{n+1}_j - P^{n+1}_i) \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|^2} w(|r_j - r_i|)] \quad (11)$$

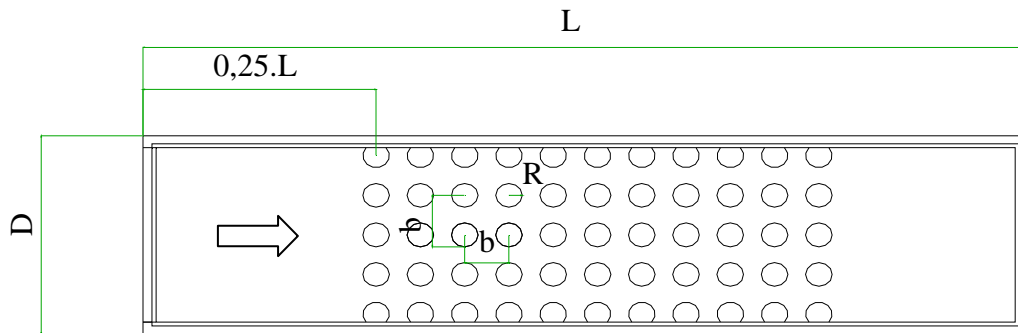
O programa atualiza o tempo e volta para a parte explícita. Esse *loop* continua até o tempo chegar ao tempo final de simulação. Como dados de saída, o MPS cria um arquivo binário contendo as informações inerentes a cada partícula tais como pressão, velocidade e posição a cada intervalo de tempo definido pelo usuário.

### 3.3 Casos de estudo

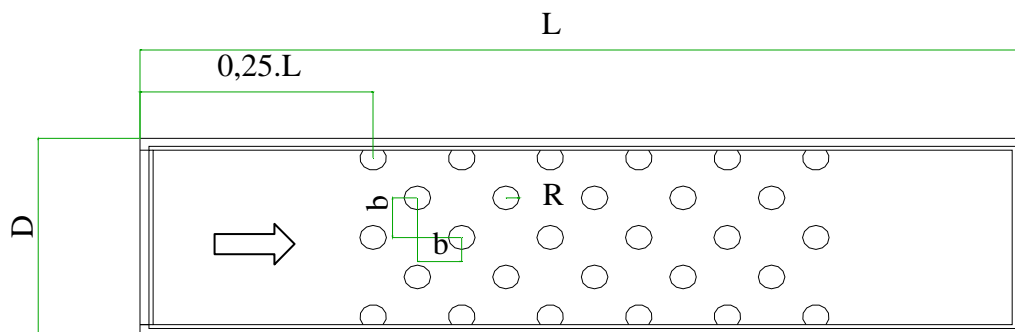
Para a simulação do escoamento, um modelo foi definido como um conduto forçado contendo cilindros circulares no seu interior, idealizando um meio poroso. Este modelo foi projetado assim para representar o arenito, rocha mais abundante nos poços de petróleo brasileiros. Um modelo para ensaios numéricos bem-sucedido foi obtido por (Nield, 1999) e por (Silva, 2001) utilizando um método de volumes finitos. Este modelo serviu de base para o modelo projetado para este trabalho.

Os dados de entrada do modelo são: raio (R), arranjo (alinhado ou cruzado) e distância entre os centros (b) dos cilindros, largura (L), diâmetro (D) e distância entre partículas. Desta forma essa

simulação pode ser feita para qualquer meio poroso desde que se tenham estas informações. Os dois modelos, com arranjos diferentes, podem ser vistos nas figuras 15 e 16. A seta indica a direção do escoamento.



**Figura 15: Modelo alinhado para a simulação**



**Figura 16: Modelo cruzado para a simulação**

Em ambos modelos, a entrada de partículas de fluido dá-se pela extremidade esquerda, enquanto o sorvedouro de fluido está localizado na extremidade direita do modelo. O meio poroso ocupa 50% de todo comprimento de tal forma que está simetricamente posicionado no modelo.

## 4 Resultados e discussões

### 4.1 Cálculo e metodologia de análise

*“O laboratório TPN - Tanque de Provas Numérico - da Universidade de São Paulo (USP) adquiriu o sistema SGI Altix com 16 processadores Intel Itanium 2, com o Novell SUSE Linux Enterprise 9 e o SGI ProPack 4. A USP também optou por uma solução SGI InfiniteStorage, com uma capacidade inicial de 2.4 TB. O principal foco do laboratório é desenvolver e analisar sistemas flutuantes de produção offshore para a produção de óleo e gás em águas profundas da Petrobrás”*

*-SGI press releases*

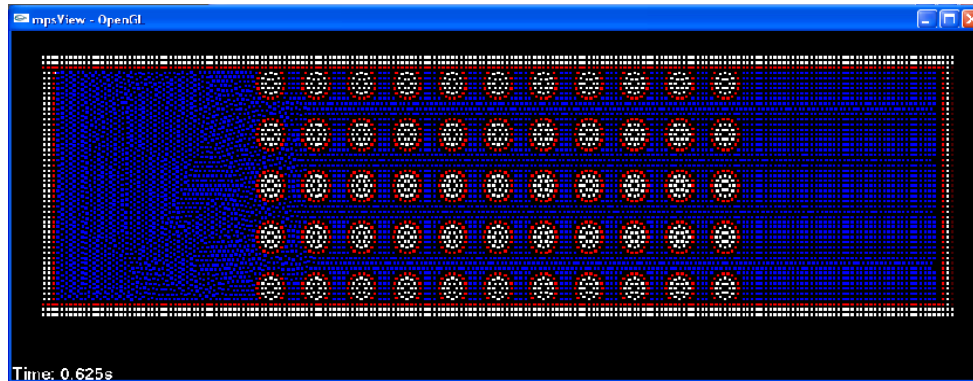
Todos os cálculos foram feitos no cluster Intel Altix do TPN utilizando processadores Intel Itanium. Para os cálculos, foram utilizadas as bibliotecas dinâmicas da Intel e o Solver utilizado na resolução dos sistemas lineares foi o Intel MKL.



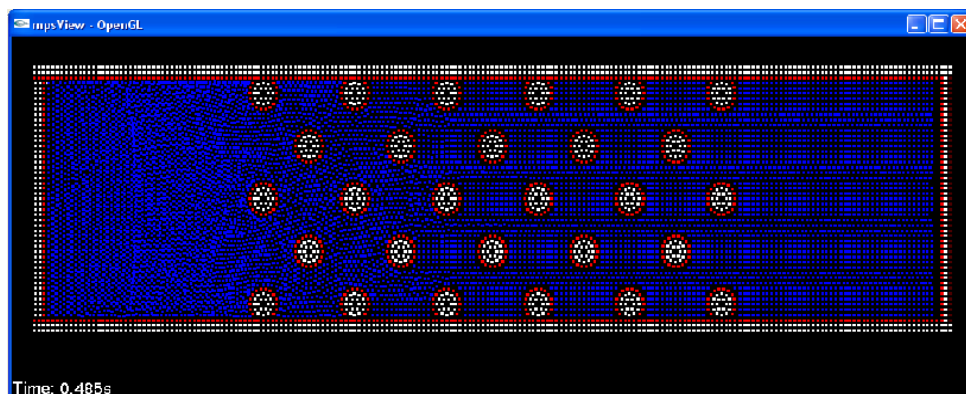
**Figura 17: Cluster (Altix) do TPN (Cluster do TPN, 2007)**

Em uma primeira etapa de estudo do escoamento, uma análise de sensibilidade foi feita para se verificar a influência das variáveis de simulação, do modelo e das propriedades físicas do fluido.

Este último conjunto serviu para se fazer a validação do escoamento e encontrar as condições em que os resultados são os mais próximos daqueles previstos teoricamente.



**Figura 18: modelo alinhado 2D, com  $L=200\text{mm}$ ,  $r=3\text{mm}$ ,  $b=10\text{mm}$  (porosidade = 71,72%) para a simulação visualizado no MPSview**



**Figura 19: modelo cruzado 2D, com  $L=200\text{mm}$ ,  $r=3\text{mm}$ ,  $b=10\text{mm}$  (porosidade = 85,86%) para a simulação visualizado no MPSview**

Nestes ensaios, para cada simulação, será feito uma análise da pressão relativa de cada partícula em função da sua posição axial, tomando como referencial a extremidade direita do conduto como tendo pressão nula. Como metodologia de análise, para se calcular a queda de pressão em cada caso, será calculada a média das pressões de todas as partículas nos primeiros 45% do conduto. Um exemplo da distribuição da pressão relativa de cada pode ser visto nas figuras 20 e



21. Observa-se uma distribuição normal de pressão (esquematizado na figura 20) em torno da linha de tendência da pressão.

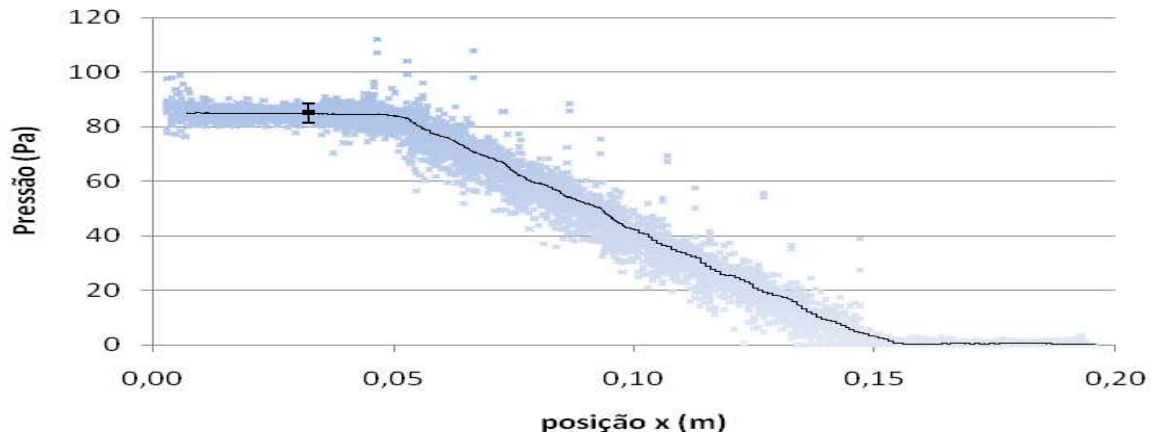


Figura 20: gráfico da pressão em função da posição horizontal (x) para um escoamento no modelo cruzado com  $b=10\text{mm}$ ,  $r=3\text{mm}$ ,  $d_{\text{Part}}=1\text{mm}$ ,  $\nu=50\text{cp}$  e  $v=5,0\text{mm/s}$  mostrando a linha de tendência da pressão das partículas e o desvio padrão em relação à média.

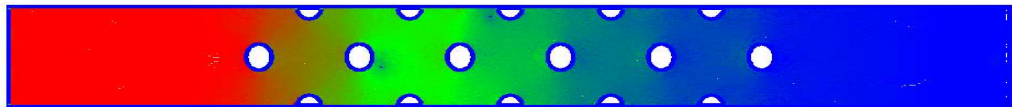


Figura 21: visualização do gradiente de pressão em função da posição axial (x) para um escoamento no modelo cruzado com  $b=10\text{mm}$ ,  $r=3\text{mm}$ ,  $d_{\text{Part}}=0,4\text{mm}$ ,  $\nu=27,44\text{cp}$  e  $v=5,0\text{mm/s}$  mostrando a média e a distribuição dos pontos.

## 4.2 Análise dos efeitos dos parâmetros de simulação

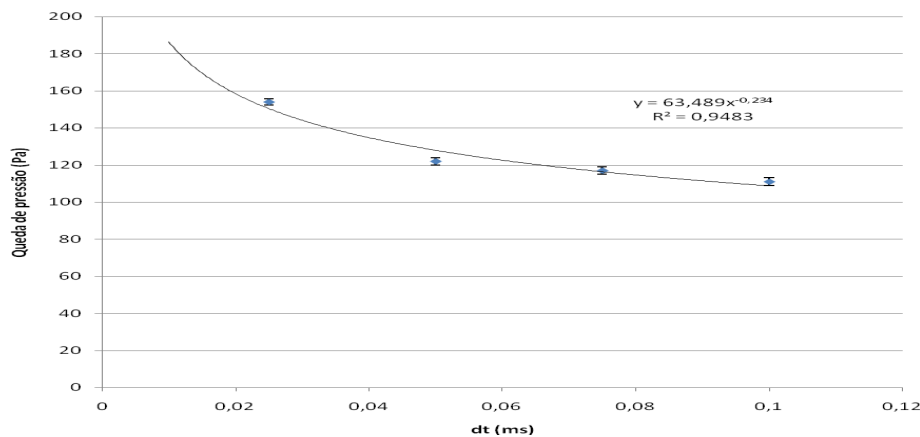
### 4.2.1 Incremento de tempo

As variáveis de simulação foram analisadas sistematicamente. O incremento de tempo ( $\Delta t$ ) foi a primeira variável a ser estudada e, nas simulações, a distância entre as partículas, é mantida

constante e igual a 1mm por uma questão de tempo computacional. Esta variável resume o grau de precisão na integração das equações diferenciais. Foram simulados casos com incremento de tempo entre 0,1ms e 0,025ms enquanto os demais parâmetros mostrados na tabela 3 são mantidos constantes:

**Tabela 3: Parâmetros da simulação para analisar o efeito do incremento de tempo**

Parâmetro	Valor
Raio das esferas (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	80,0cST
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Velocidade de entrada (V <sub>0</sub> )	0,005m/s
Distância entre partículas	1,0mm



**Figura 22: Resposta da pressão para diferentes valores de time-step**

Observa-se, pela figura 22, que na faixa de valores estudada, o aumento do incremento de tempo tende a diminuir a queda de pressão, convergindo para um valor constante. Este fato está associado ao efeito de amplificação das oscilações de pressão quando o incremento de tempo é

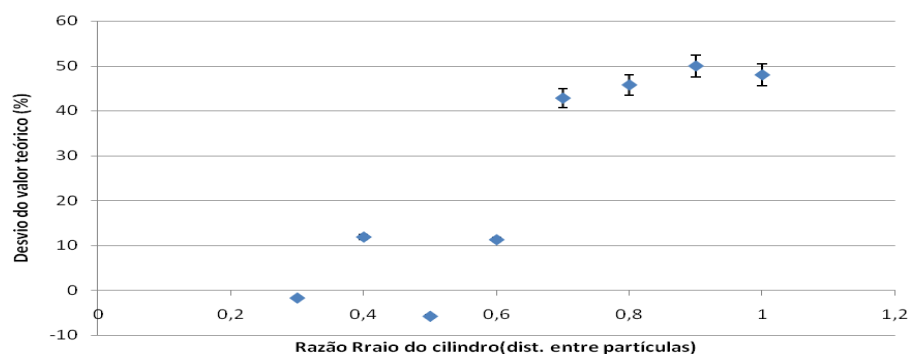
reduzido no MPS (ENDO ET AL, 2008). A figura 22 mostra a faixa de incremento de tempo adequada para o caso.

#### 4.2.2 Distância entre partículas

Em uma segunda etapa, a distância entre as partículas, foi variada sistematicamente, assumindo valores entre 1,0mm e 0,3mm e mantendo-se as dimensões dos modelos. Os demais parâmetros mostrados na tabela 4 também foram mantidos constantes. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles correspondentes previstos pela equação de *Carman Kozeny* que, nas condições da simulação, prevê uma queda de pressão de 37Pa.

**Tabela 4: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da distância entre partículas**

Parâmetro	Valor
Raio das esferas (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,18cST
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Velocidade de entrada (V <sub>0</sub> )	0,005m/s
Time step	0,05ms



**Figura 23: Resposta da pressão para diferentes valores de distância entre partículas**

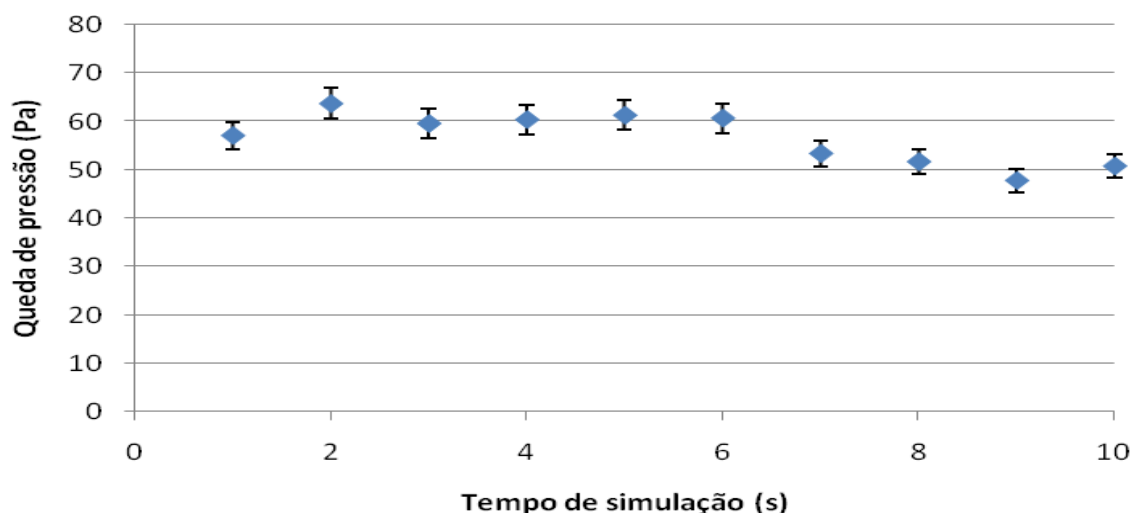
Da figura 23, podemos observar que o erro entre a pressão calculada e o valor teórico é tende a convergir e se aproximar de zero para distâncias entre partículas menores que 0,6mm.

#### 4.2.3 Tempo de amostragem

No intento de reduzir o tempo de processamento, foram analisadas as contribuições que o tempo de amostragem provoca sobre a simulação. Nesta etapa, o escoamento foi rastreado com a finalidade de se determinar quanto tempo o fluido demora para atingir o regime permanente. Foram avaliadas as quedas de pressão nos instantes de amostragem de 3,0s, a 10,0s de simulação. Para analisar o efeito do tempo de amostragem, foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 5:

**Tabela 5: Parâmetros da simulação para analisar o efeito do tempo de amostragem**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
<b>Time step</b>	0,05ms
<b>Distância entre partículas</b>	1,0mm
<b>Densidade</b>	0,88g/cm <sup>3</sup>
<b>Velocidade de entrada (<math>V_0</math>)</b>	0,005m/s
<b>Raio das cilindros (R)</b>	3mm
<b>Distância entre os centros (b)</b>	10mm
<b>Comprimento do modelo (L)</b>	200mm
<b>Largura do modelo (D)</b>	50mm
<b>Arranjo</b>	Cruzado



**Figura 24: Queda da pressão em função do tempo de simulação**

Observa-se na figura 24 que, neste ensaio, após 3,0s, a queda de pressão tende a oscilar em torno um valor de equilíbrio e apresenta uma tendência ao escoamento permanente, depois do seu rápido crescimento.

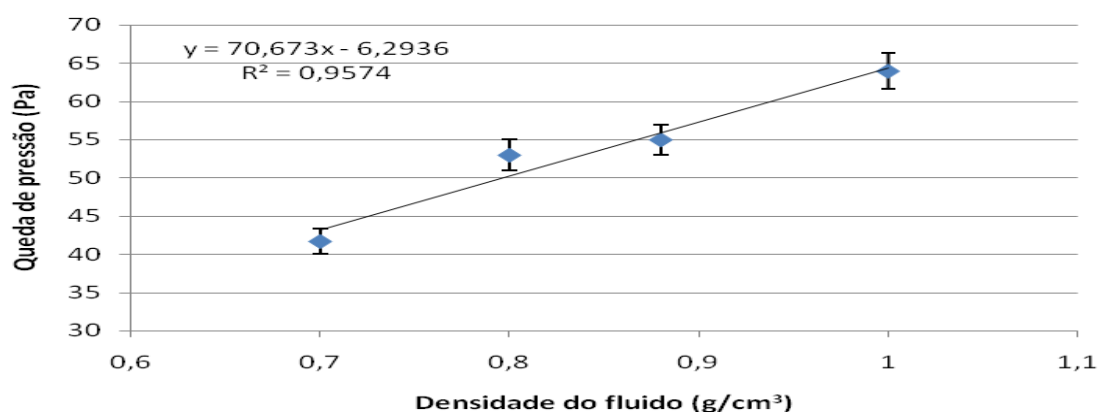
## ***4.2. Efeito das propriedades do escoamento***

As propriedades do escoamento que estão relacionadas na Lei de Darcy também foram estudadas. Pela Lei de Darcy, existe uma relação entre a velocidade do escoamento, comprimento do caminho poroso, a densidade e a viscosidade do fluido com a queda de pressão.

As contribuições que a densidade do fluido provoca sobre a simulação foram feitas simulando-se escoamentos com densidades de 0,70kg/l, 0,88 kg/l, 0,90 kg/l, e 1,00 kg/l,. Para analisar o efeito da densidade do fluido, foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 6:

**Tabela 6: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da densidade do fluido**

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada ( $V_0$ )	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm



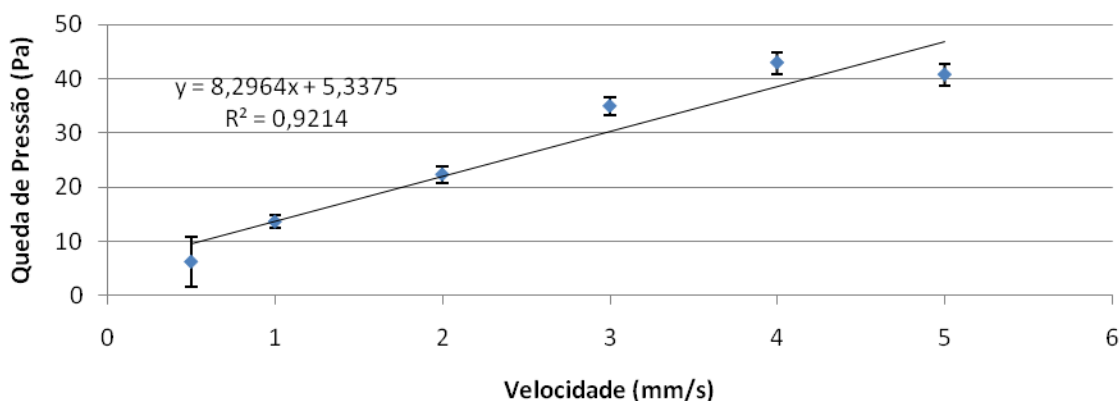
**Figura 25: Variação da queda de pressão para diferentes valores de densidade do fluido**

Observa-se que a queda de pressão apresenta uma tendência à relação linear com a densidade do fluido, conforme previsto pela lei de Darcy e ilustrado na figura 25.

Por outro lado, foram simulados casos com velocidades em uma faixa entre 0,50mm/s e 5,00mm/s para analisar as contribuições que a velocidade de escoamento provoca sobre a simulação. Para analisar o efeito da velocidade do fluido, foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 7:

**Tabela 7: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da velocidade do escoamento**

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,44cST
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm



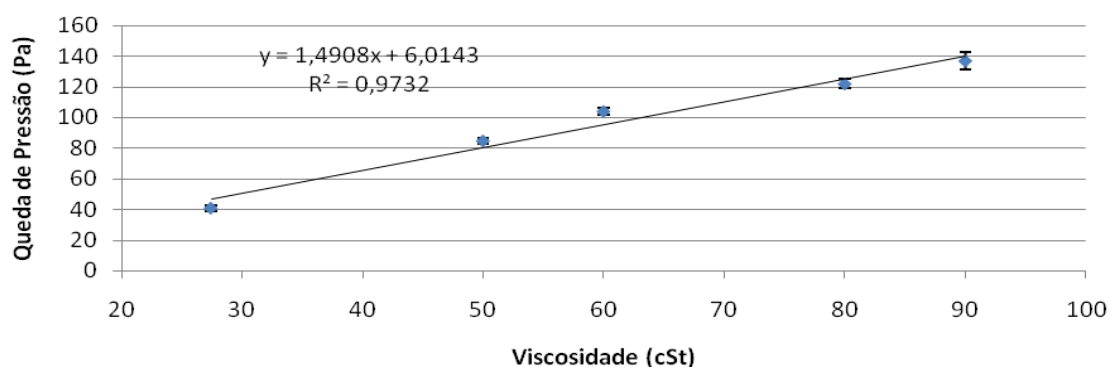
**Figura 26: Variação da queda de pressão para diferentes valores de velocidade de escoamento**

Conforme esperado pela lei de *Darcy*, observa-se que a queda de pressão também apresenta uma tendência de relação linear com a velocidade de escoamento (figura 26).

As contribuições que a viscosidade do fluido provoca sobre a queda de pressão foram analisadas. Foram simulados casos com viscosidades de 27,4 cST, 50,0 cST, 60,0 cST, 80,0 cST e 90,0 cST. Para analisar o efeito da viscosidade do fluido, foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 8:

**Tabela 8: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da viscosidade do fluido**

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V <sub>0</sub> )	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm



**Figura 27: Variação da queda de pressão para diferentes valores de viscosidade do fluido**

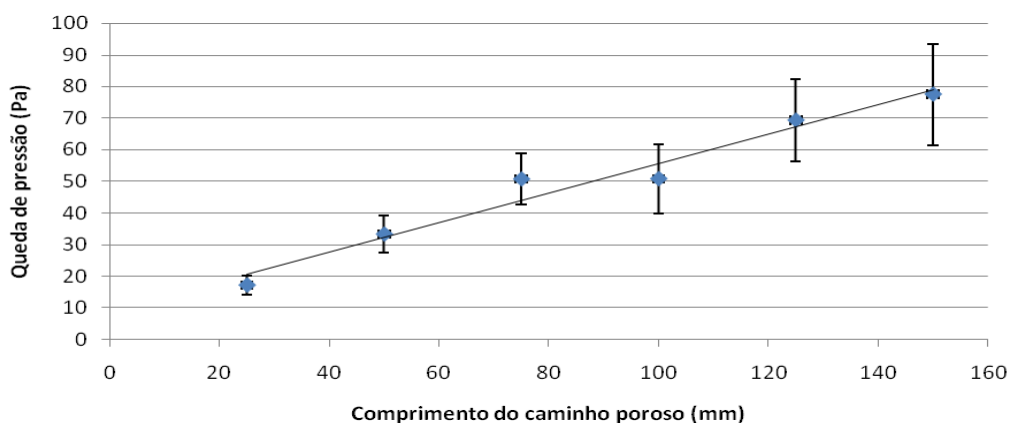
Observa-se que, dentro da faixa de valores estudada, a queda de pressão pode muito bem ser representada por uma relação linear com a viscosidade do fluido, conforme já era previsto pela lei de Darcy. (figura 27).

Os efeitos que o comprimento do modelo provoca sobre os resultados foram analisados. Sabe-se que a queda de pressão é diretamente proporcional ao comprimento do caminho poroso pela Lei de *Darcy*. Foram simulados modelos com comprimento da região porosa variando entre 25mm e 150mm. Nesta análise, os parâmetros mostrados na tabela 9 foram mantidos constantes:



**Tabela 9: Parâmetros da simulação para analisar o efeito de L**

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada ( $V_0$ )	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm



**Figura 28: Variação da queda de pressão para diferentes comprimentos do caminho poroso**

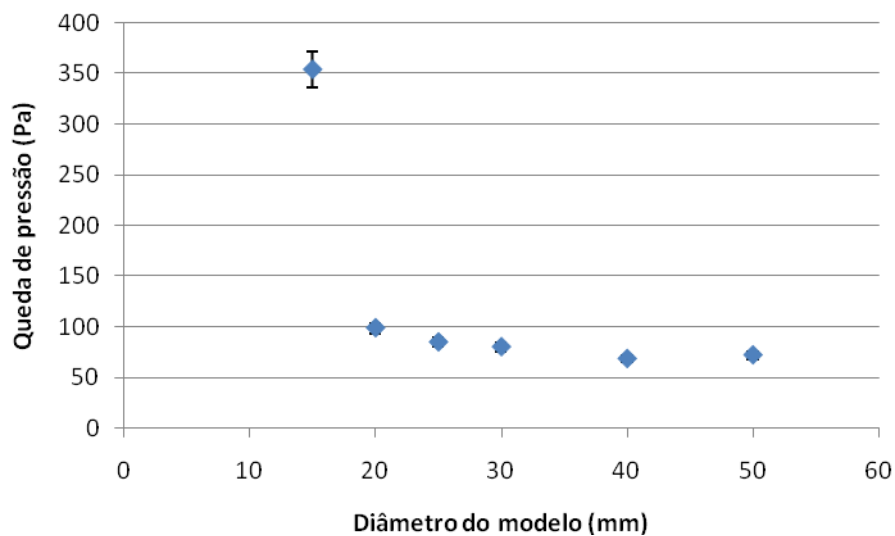
Pela figura 28, observa-se que a queda de pressão apresenta uma relação linear com o comprimento do meio poroso, conforme previsto pela lei de Darcy.

Finalmente, foram analisadas as contribuições que a largura do modelo provoca sobre a simulação. A lei de *Darcy* não prediz nenhuma contribuição da largura do modelo na perda de carga do fluido. Foram simulados casos com larguras de 15mm, 20 mm, 25 mm, 30mm, 35mm, 40 mm e 50mm. Para analisar o efeito da largura do modelo, foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 10:

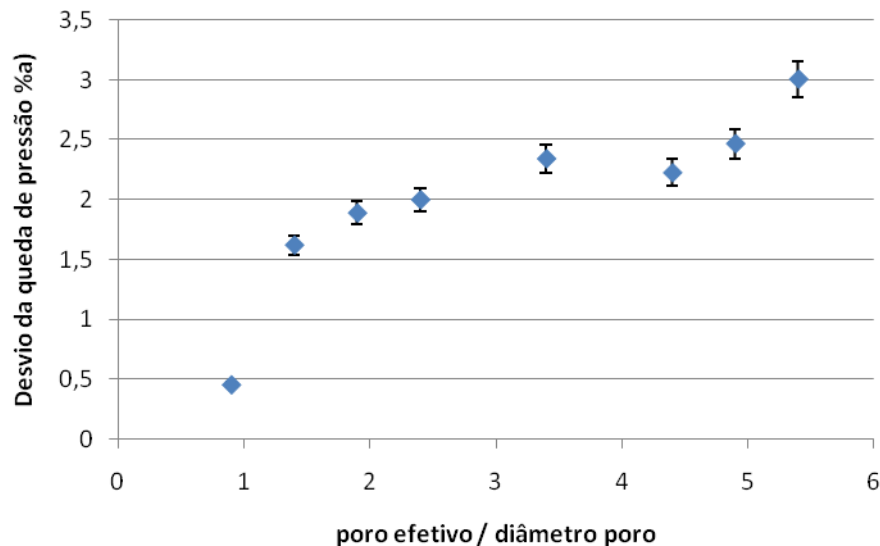
**Tabela 10: Parâmetros da simulação para analisar o efeito de  $D$**

Parâmetro	Valor
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Velocidade de entrada ( $V_0$ )	0,005m/s
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Arranjo	Cruzado

No âmbito de generalizar o problema estudado, os resultados de pressão foram expressos em termos das respectivas razões entre o comprimento da passagem de fluido projetada e o raio do cilindro. Os resultados estão expressos na figura 29 e 30:



**Figura 29: Pressão em função de diâmetro poro / poro efetivo**



**Figura 30: Desvio-padrão da queda de pressão para diferentes valores de diâmetro poro / poro efetivo**

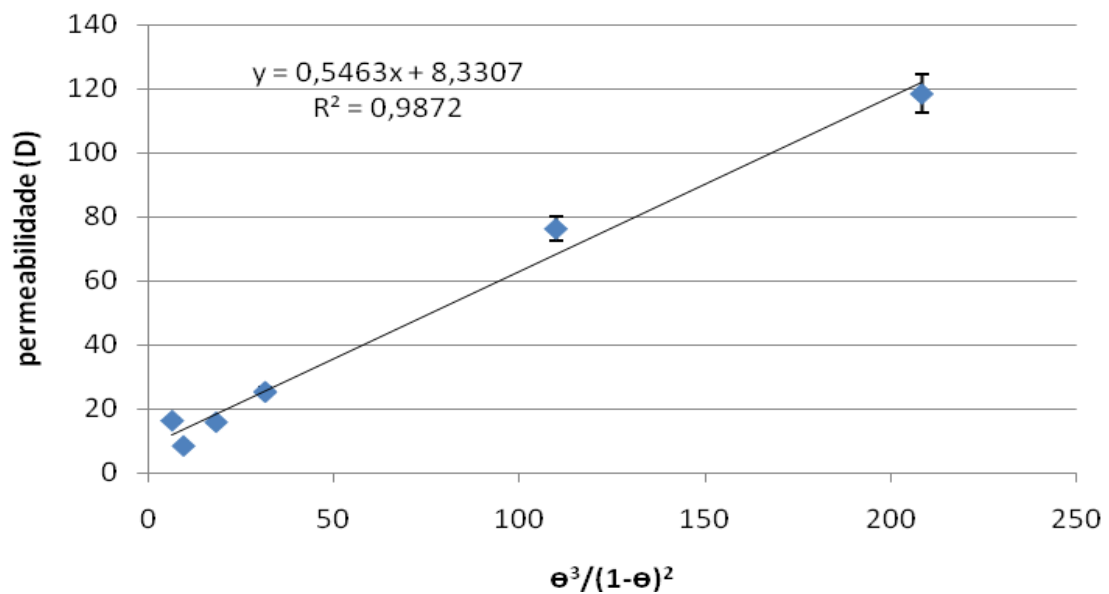
As equações para a descrição de meios porosos não prevêm nenhuma mudança no escoamento associada à largura do conduto. De acordo com o resultado, observa-se uma zona de convergência quando a relação é maior do que 1,5. Isso ocorre devido à extricção da passagem de fluido se tornar expressiva para o escoamento.

### ***4.3 Efeito da porosidade***

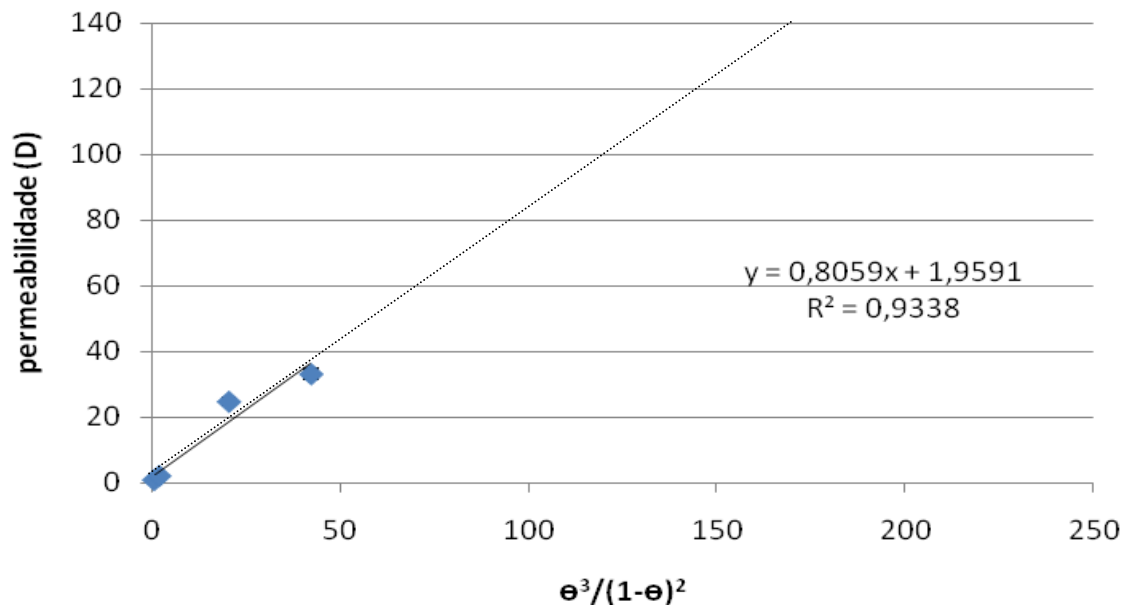
Em uma outra etapa, as dimensões da distância entre os centros (b) foi variada sistematicamente e estudou-se o comportamento da permeabilidade de cada modelo, calculada a partir da queda de pressão obtida, em função da porosidade ( $\Phi$ ). Foram simulados modelos com b em uma faixa de 7mm a 15mm. Os demais parâmetros na tabela permaneceram constantes. Os resultados estão expressos em termos da permeabilidade calculada em função de  $\Phi^3/(1-\Phi)^2$  é mostrado nas figuras 31 e 32 para os arranjos alinhado e cruzado:

**Tabela 11: Parâmetros da simulação para estudar o efeito porosidade do meio**

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V <sub>0</sub> )	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm



**Figura 31: Variação da permeabilidade do modelo cruzado em função da porosidade**



**Figura 32: Permeabilidade do modelo alinhado em função da porosidade**

Observa-se que a permeabilidade do meio poroso varia linearmente com a  $\Phi^3/(1-\Phi)^2$ , conforme era esperado por *Carman e Kozeny*. A partir das retas obtidas das figuras 31 e 32, obtemos os parâmetros de *Carman-Kozeny* para os modelos alinhado e cruzado mostrados na tabela 8:

**Tabela 12: Valores da constante de Carman-Kozeny para o modelo 2D**

Modelo	$\frac{1}{C} \text{ [m}^2\text{]}$
Cruzado	$1,83 \cdot 10^{12}$
Alinhado	$1,21 \cdot 10^{12}$

Nota-se ainda que, para um dado valor de porosidade, a razão entre a permeabilidade obtida pelo modelo cruzado e a permeabilidade obtida pelo modelo alinhado é de aproximadamente 1,5 vezes.

#### 4.4. Validação

Verifica-se que as variáveis de simulação alteravam significativamente o resultado. Com a finalidade de se determinar àquelas que produziam os resultados mais próximos dos valores teóricos, todas as variáveis envolvidas nos resultados obtidos foram exaustivamente analisadas e correlacionadas de modo à serem correlacionadas em formas adimensionais para evitar o problema de escala. A melhor correlação encontradas está mostrada na figura 33:

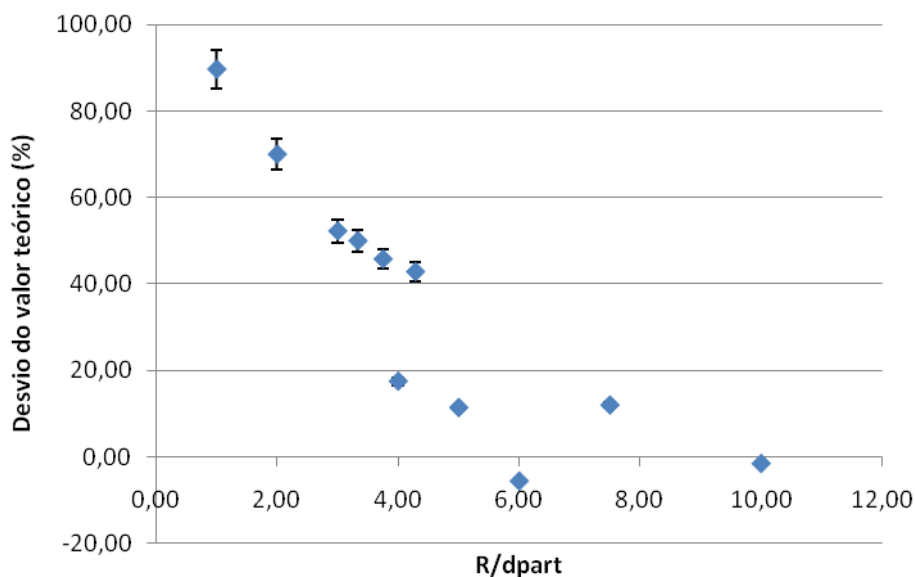


Figura 33: Variação do desvio do valor teórico para diferentes valores de razão raio do cilindro e distância entre partículas

#### 4.4.3. Estudo de convergência

Com base nos resultados obtidos e levando-se em conta os desvios dos valores teóricos, a estabilização dos valores e as variações dos resultados, os valores otimizados estão mostrados na tabela 13:

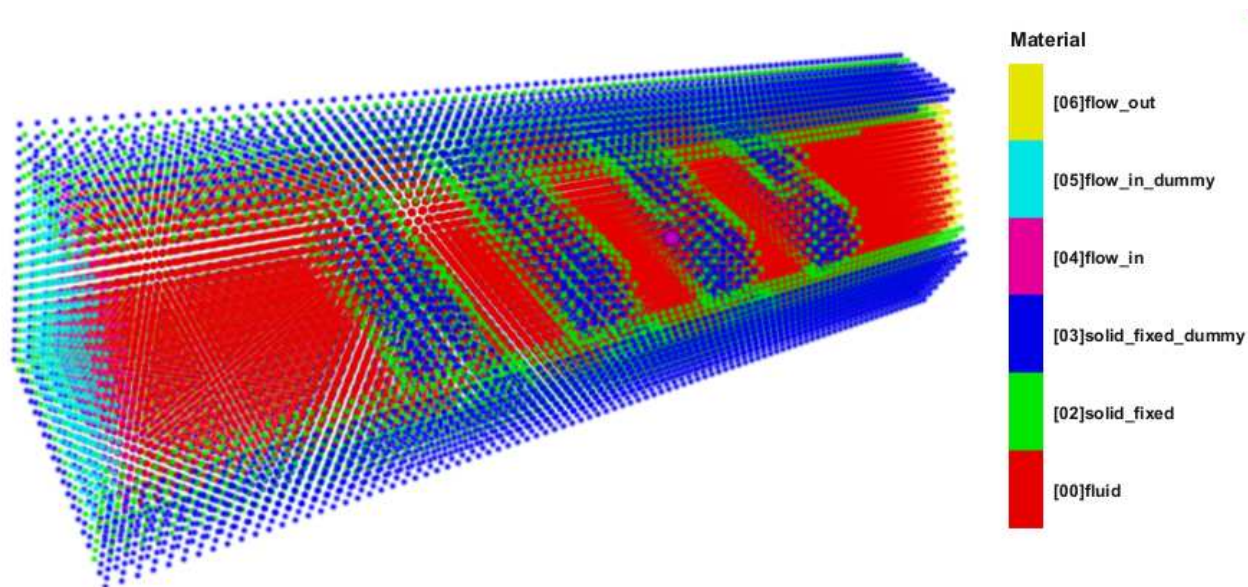
**Tabela 13: Valores otimizados para o modelo**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
<b>Poros efetivo / Diâmetro poro</b>	$\geq 1,5$
<b>Tempo de simulação / Comprimento do modelo * velocidade do fluido</b>	$\geq 0,05$
<b>Raio das esferas / Distância entre partículas</b>	$\geq 6,0$

#### ***4.5. Simulações em ambiente 3D***

Simulações numéricas em ambiente 2D representam a idealização de um perfil de uma secção infinita. Entretanto, este tipo de idealização não é adequada para representar muitos modelos de escoamento tal como o escoamento em rochas reservatórios como foi visto. Desta forma, é necessário estudar o escoamento em ambientes 3D.

Em uma primeira etapa para a validação do método em 3D, o modelo 2D foi extrudado para gerar um modelo tridimensional com dimensões finitas. Como nestas condições a simulação demanda um consumo computacional maior, a otimização obtida foi aplicada para dimensionar o modelo cuja representação pode ser vista na figura 34.



**Figura 34: Visualização do modelo 3D (com corte) no Pos3D**

Seguindo o mesmo procedimento dos ensaios anteriores, os seguintes casos descritos na tabela 15 foram simulados, enquanto os parâmetros da tabela 14 foram mantidos constantes. A escolha destas dimensões para os modelos se justifica para etapas futuras do desenvolvimento e validação do método.

**Tabela 14: Parâmetros da simulação para estudar a simulação 3D**

Parâmetro	Valor
Time step	0,01ms
Velocidade de entrada ( $V_0$ )	0,005m/s
Densidade	0,88g/cm <sup>3</sup>
Viscosidade	27,44cST



**Tabela 15: Dimensões dos modelos 3D para a simulação numérica**

Modelo	Dist. entre partículas (mm)	Comprimento (L) mm	Largura (D) mm	Distância entre os centros (b) mm	Raio das cilindros (R) mm
1	0,1	9,5	2,2	0,8	0,35
2	0,1	9,5	3,0	1,2	0,5
3	0,2	19,0	5,2	2,0	0,85
4	0,2	19,0	5,8	2,3	1,0
5	0,3	28,5	7,8	3,0	1,4

Obtendo-se os seguintes resultados para a queda de pressão:

**Tabela 16: Resultados para os ensaios 3D**

Modelo	Queda de pressão (Pa)				
	Teórico	2D	Desvio (%)	3D	Desvio (%)
1	48,8	49,4	-1,3	53,9	-10,5
2	17,5	27,2	-55,6	22,8	-30,4
3	13,7	29,6	-116,0	9,9	27,9
4	11,5	18,2	-58,7	10,0	12,8
5	14,2	24,9	-75,2	14,6	-2,7

De acordo com os resultados da tabela 16, nota-se que nas condições das simulações, os resultados 3D apresentaram uma melhor aderência que as simulações 2D. Este fato sugere que as simulações em 2D necessitam de um grau de discretização maior do que os seus análogos em 3D.

## 5. Conclusões

As simulações numéricas de ambos os modelos ensaiados apresentaram uma boa aderência em relação aos resultados teóricos. Nas simulações em ambiente 2D, observa-se que em todas as condições ensaiadas, as respostas da permeabilidade do meio, para as variações dos parâmetros do fluido como a velocidade do escoamento, a viscosidade e a densidade do fluido obedecem a Lei de *Darcy* e a queda de pressão exibe um perfil linear. É notável também que a variação das dimensões do modelo também resultaram em respostas de pressão compatíveis com o modelo de *Carman-Kozeny* e com a lei de *Darcy*. Observa-se ainda que o ajuste dos parâmetros de simulação fizeram com que os resultados convergissem para valores próximos daqueles previstos pela equação de *Carman Kozeny* nas mesmas condições, obtendo-se assim os valores ótimos para a simulação e construção do modelo. Comparando-se os resultados 2D com os 3D correspondentes, nota-se que os últimos resultados tendem a se aproximar melhor daqueles previstos pelo modelo analítico.

## 6. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluídos neste trabalho.

## Bibliografia

- Água subterrânea*. (s.d.). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em Colégio São Francisco:  
<http://www.colegiosaofrancisco.com.br/alfa/meio-ambiente-agua/agua-subterranea-6.php>
- Anteparos moleculares*. (s.d.). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em josejabur:  
[http://josejabur.com/anteparos\\_moleculares\\_I.html](http://josejabur.com/anteparos_moleculares_I.html)
- Berman, A. S. (1953). Laminar flow in channels with porous walls . *J. Appl. Physics*, 24(9), 1232-1235, , pp. 1232-1235.
- Carman, P. C. (1948). Interaction of Water and Porous Materials. *Soc. Discussions* , p. 72 .
- Cluster do TPN*. (2007). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em Tanque de Provas Numérico:  
[www.tpn.usp.br](http://www.tpn.usp.br)
- Darcy. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* ("*The Public Fountains of the Town of Dijon*"). Paris: Dalmont.
- ENDO, C. Y., NISHIMOTO, K., CHENG, L. Y., & TSUKAMOTO, M. M. (2008). Validação e Análise de Sensibilidade do MPS (Moving Particles Semi-Implicit) no Estudo de Sloshing em Tanques Prismáticos. *The Proceedings of the XXIX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering* .
- Estrutura solo*. (2003). Acesso em 1 de ABRIL de 2009, disponível em História do petróleo:  
[www.histpetroleo.no.sapo.pt/armad\\_estrut\\_2.gif](http://www.histpetroleo.no.sapo.pt/armad_estrut_2.gif)
- geologia do petroleo*. (2003). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em uss geology:  
[http://www.geocities.com/ussgeology/index\\_arquivos/geologiadopetroleo.htm](http://www.geocities.com/ussgeology/index_arquivos/geologiadopetroleo.htm)
- H., H. J. (1973). *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. International publishing.
- Koshizuka S., N. A. (1998). Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 26 , pp. 751–769.
- Koshizuka S., T. H. (1995). A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Computational Fluid Dynamics Journal* 4 , pp. 29–46.

- Li B., Z. L. (2008). The Multiple Solutions of Laminar Flow in a Uniformly Porous Channel with Suction/Injection ., Vol. 2, no. 10. *Adv. Studies Theor. Phys* , pp. 473 – 478.
- Li, D. Z. (2000). *Chapter 2 Physical Properties and Principles*. Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em Hydrogeology GEOL 460, University of Wisconsin: [uwp.edu/~li/geol460-00/chapter2.htm](http://uwp.edu/~li/geol460-00/chapter2.htm)
- Lukin, N. C. (2008). *Validação da viscosidade no programa MPS*. São Paulo: Relatório à Petrobrás, Novembro.
- Maia, A. A., Saldanha, E., Angélica, R. S., Souza, C. A., & Neves, R. F. (abril de 2007). *Utilização de rejeito de caulim da Amazônia na síntese da zeólita A*. Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em scielo: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0366-69132007000300017&lng=em&nrm=iso&tlng=em](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0366-69132007000300017&lng=em&nrm=iso&tlng=em)
- Matriz energética brasileira*. (2001). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em ELETROBRÁS: [www.eletrobras.gov.br](http://www.eletrobras.gov.br)
- Mesofases líquido cristalinas*. (s.d.). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em Instituto de física da USP: [p01.if.usp.br/~elduarte/mesofases.htm](http://p01.if.usp.br/~elduarte/mesofases.htm)
- Nield, A. e. (1999). *Flow Through Porous Media*. Nova Yorque: Springer Verlag.
- petroleum*. (2006). Acesso em 1 de abril de 2009, disponível em petroleum BERKLEY: <http://petroleum.berkeley.edu/>
- Rodriguez E., G. F. (2004). Permeability-Porosity Relationship in RTM for Different Fiberglass and Natural, 38 . *Journal of Composite Materials* , p. 259.
- Scheidegger, A. (1960). *The Physics of Flow Through Porous Media*, p. 313. . Torornto: University of Toronto Press.
- Silva, R. d. (novembro de 2001). Escoamento Laminar em um Canal Parcialmente Preenchido com Material Poroso. *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (em CD-ROM)* .
- Sutera S. P., S. R. (1993). The history of Poiseuille's law. *Annual Review of Fluid Mechanics Vol. 25* , pp. 1-19.

TSUKAMOTO, M. M. (2006). *Desenvolvimento do método de partículas na representação de corpos flutuantes em ondas altamente não-lineares*. São Paulo: ESC POLITÉCNICA, Universidade de São Paulo.

## ANEXOS

### *Anexo A: Rotina em C++ para geração dos modelos cilíndricos*

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <string.h>

#define PI 3.141593

int main()
{
    FILE *arq_o; /* associado ao arquivo copia */
    char nome_c[128]; /* armazena o nome do arquivo copia */
    float yo=0.0, xo, x=0.0, y=0.0, z=0.0, r, dt, teta, dpart, tampa_x, tampa_y,
xl, yl, par, L, re, b, emp, R;
    long type, n=0, i, m, j;

    /* Dados de Entrada */

    /* 3. leia o nome do arquivo copia */
    printf("Digite o nome do arquivo a ser criado: ");
    /* Neste exemplo, digite "copia.pmg" */
    scanf("%s", nome_c);

    /* 4. abra arquivo copia.dat para escrita */
    arq_o = fopen(nome_c, "w");
    if (arq_o == NULL)
    {
        printf("Erro na abertura do arquivo %s.\n", nome_c);
        system("pause"); /* para WINDOWNS */
        fclose(arq_o); /* feche o arquivo original.pmg */
        exit(-1); /* abandona a execucao do programa */
    }
    printf("Digite o dpart (mm):");
    scanf("%f", &dpart);
    //printf("dpart = %f\n", dpart);
    printf("Digite o raio das esferas (mm):");
    scanf("%f", &re);
    //printf("Digite L (mm):");
    //scanf("%f", &L);
    L=95.5*dpart;
    //printf("Digite R (mm):");
    //scanf("%f", &R);
    printf("Digite o espaçamento entre as esferas (b) (mm):");
    scanf("%f", &b);
    R=2.5*b;

    //system ("pause");
    printf("Criando arqv .grid\n");
    fprintf(arq_o, "0.0\n");

    //main loop

    //Parametros
    tampa_x = floor(L/dpart)*dpart;
```

```

fprintf(stderr, "tampax = %lf\n", tampa_x);
//tampa_x *=dpart;
tampa_y = -floor((R+dpart/10)/dpart)*dpart;
fprintf(stderr, "tampay = %lf\n", tampa_y);
//tampa_y *=dpart;

/* Construção do domínio da simulação */

for (m=0;m<7;m++)
{
    if(m==1)
        continue;
    //for(z=0;z>=(tampa_y);z-=dpart)
    //{
        z=0;
        //printf("etapa 1 ok/n");
        for(y=0;y>=(tampa_y-dpart/10.0);y-=dpart)
        {
            //printf("etapa 2 ok/n");
            for(x=0.0; x<=tampa_x+0.3*dpart; x+=dpart)
            {
                //printf("etapa 3 ok/n");
                type=3;
                //parede extexna (dummy) - superior
                if( ( x>=0.0 && (x<tampa_x-2.0*dpart) ) && (y>-
2*dpart || y<tampa_y+2.0*dpart))
                type=3;
                //parede externa (dummy) - tampa
                if ( x<=tampa_x-0.5*dpart && x>=tampa_x-2.5*dpart &&
(y<=-2*dpart && y>=tampa_y+2.0*dpart))
                type=3;
                //criação do wall pressuxe - superior
                if( ( x>=0.0 && (x<tampa_x-2.0*dpart) ) && ( y==
2*dpart || ( y<=tampa_y+2.5*dpart && y>=tampa_y+1.5*dpart )))
                type=2;
                //criação do wall pressuxe - tampa
                if( ( x>=tampa_x-2.5*dpart && x<=tampa_x-1.5*dpart )
&& ( y<=-2*dpart && y>=tampa_y+2.0*dpart ))
                type=2;
                //criação do wall pressuxe - tampa inferior
                if( y<=tampa_y+2.1*dpart)
                type=2;
                //criação do wall dummy - tampa inferior
                if( y<=tampa_y+1.1*dpart)
                type=3;
                //inFlow (pressure)
                if( x==2*dpart && y<-2*dpart && y>tampa_y+2.5*dpart)
                type=4;
                //inFlow (dummy)
                if( x<2*dpart && (y<-2*dpart && y>tampa_y+2.5*dpart))
                type=5;
                //outFlow
                if( x>=tampa_x-3*dpart && (y<=-2*dpart &&
y>=tampa_y+2.0*dpart))
                type=6;
                //interior do tubo é preenchido
                if( (x>2*dpart && x<tampa_x-2.0*dpart) && (y<-2*dpart
&& y>tampa_y+2.5*dpart))
                {
                    type=0;
                    for( y1 = 0.0; y1 <= 0.5*R; y1+=2*b)
                    {
                        for( x1 = 0.25*L; x1<= 0.75*L; x1+=2*b )

```

```

        {
            r=pow((x-x1),2)+pow((y-y1+0.5*R),2);
            if(pow(re+dp*part,2)>r)
                type = 20;
        }
    }
    for( y1 = 0.0; y1 >= 0.5*R; y1+=2*b)
    {
        for( x1 = 0.25*L; x1<= 0.75*L; x1+=2*b )
        {
            r=pow((x-x1),2)+pow((y-y1+0.5*R),2);
            if(pow(re+dp*part,2)>r)
                type = 20;
        }
    }
    for( y1 = b; y1 <= 0.5*R; y1+=2*b)
    {
        for( x1 = 0.25*L+b; x1<= 0.75*L; x1+=2*b )
        {
            r=pow((x-x1),2)+pow((y-y1+0.5*R),2);
            if(pow(re+dp*part,2)>r)
                type = 20;
        }
    }
    for( y1 = -b; y1 >= -0.5*R; y1+=2*b)
    {
        for( x1 = 0.25*L+b; x1<= 0.85*L; x1+=2*b )
        {
            r=pow((x-x1),2)+pow((y-y1+0.5*R),2);
            if(pow(re+dp*part,2)>r)
                type = 20;
        }
    }
}

if(type==m)
{
    fprintf(arq_o, "%d %f %f %f 0.000000 0.000000\n", type, x/1000, y/1000, z/1000);
    n++;
    //printf("etapa 4 ok/n");
}
}

printf("etapa 1 ok/n");

/* rotina p/ criar esferas */

//1. Calcula a posição x', y', z' na origem
if((m==2|m==3))
{
    //if((z<-2*dp*part && z>tampa_y+2*dp*part))
    //{
    for(r = re, j=0; r>dp*part/2.0 && j<3 ; r-=dp*part, j++)
    {
        //printf("etapa 1 ok/n");
        if(j==0)
            type=2;
        if(j==1||j==2)
            type=3;
        if(j>2)
            type=-1;
    }
}

```



```

dt=acos(1.00-(pow(dpart,2)/(float)(2*pow(r,2))));
if(dt<0)
dt=(-1)*dt;
for(teta=0, i=0; teta<=(float)PI*(float)2.0-0.97*dt; teta=teta+dt)
    i++;
dt = dt + ((float)PI*(float)2.0-teta)/(float)i;

for(teta=0.0; teta<=(float)PI*2.0-0.97*dt;teta=teta+dt)
{
    xo=r*cos(teta);
    //z=(float)yo/1000;
    yo=r*sin(teta);
    //2. Calcula a posição x', y', z' da esfera no meio poroso
    //linha média
    if(type==m)
    {
        for( x = 0.25*L; x<= 0.80*L; x+=2*b )
        {
            fprintf(arq_o, "%d %f %f %f 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo-0.5*R)/1000,
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo-0.5*R)/1000,
z/1000);
            n++;
        }
    }

    //printf("etapa 0 ok/n");
    for( y = 2*b; y+yo+0.5*tampa_y <= -2*dpart; y+=2*b)
    {
        //printf("etapa 1 ok/n");
        for( x = 0.25*L; x<= 0.80*L; x+=2*b )
        {
            //printf("etapa 2 ok/n");
            if(type==m && (yo+y-0.5*R)<-2.8*dpart )
            {
                //principal
                fprintf(arq_o, "%d %f %f %f 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo+y-0.5*R)/1000,
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo+y-0.5*R)/1000,
z/1000);
                n++;
            }
            if(type==m && (-yo-y-0.5*R)>=tampa_y+2.8*dpart
)
            {
                //simétrico
                fprintf(arq_o, "%d %f %f %f 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (-yo-y-0.5*R)/1000,
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (-yo-y-0.5*R)/1000,
z/1000);
                n++;
            }
        }
    }
    for( y = b; y+yo+0.5*tampa_y <= -2*dpart; y+=2*b)
    {
        //printf("etapa 1 ok/n");
        for( x = 0.25*L+b; x<= 0.80*L; x+=2*b )
        {
            //printf("etapa 2 ok/n");
            if(type==m && (yo+y-0.5*R)<=-2.8*dpart )
            {
                //principal
                fprintf(arq_o, "%d %f %f %f 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo+y-0.5*R)/1000,
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (yo+y-0.5*R)/1000,
z/1000);
            }
        }
    }
}

```

```

        n++;
    }
    if(type==m && (-yo-y-0.5*R)>=tampa_y+2.8*dpart
    {
        //simétrico
        fprintf(arq_o, "%d  %f %f %f 0.000000
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000\n", type, (xo+x)/1000, (-yo-y-0.5*R)/1000,
z/1000);

        n++;
    }
}
}
}
}
}
// }
// }
}
fprintf(arq_o, "%d \n", n);
system ("pause");

return 0;
}

```

### **Anexo B: Tabela dos casos simulados**

Controle e planejamento dos ensaios numéricos em meio poroso - medidas em mm																								
Dados do modelo				Dados da simulação				Dados do escoamento				Resultados numéricos da simulação				Resultados teóricos								
finalidade	Dimensão	Arranjo	Raio	Dist. Ext.	Comprim.	Diâmetro	dPart	time step	tempo zi	nPart	viscosid.	densid.	Reynold.	Reynold.	porosid.	vel. Méd	ΔV	Queda d'OP	permeab.	permeab. desvio [%				
var. $\rho$	2D	rômbo	1	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	3,3113	0,3673	0,3843	0,005	0,002	18,3	1,78	6E-06	6E-05	89,686
	2D	rômbo	2	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,9433	0,7358	0,3372	0,005	0,0001	30,1	1,78	4E-06	1E-05	69,868
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,53	2E-06	5E-06	52,208
	2D	rômbo	4	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,2075	1,4717	0,7487	0,006	0,002	103	2,53	1E-06	2E-06	17,428
var. $b$	2D	rômbo	3	8	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	1,8336	1,1038	0,7791	0,005	0,001	166,5	2,31	7E-07	1E-06	48,129
	2D	rômbo	3	9	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,2075	1,1038	0,8255	0,006	0,002	106	5,18	1E-06	3E-06	48,679
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,1	2E-06	5E-06	52,208
	2D	rômbo	3	13	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	3,6792	1,1038	0,9164	0,0052	0,002	19,1	1,78	7E-06	2E-05	58,463
var. $\nu$	2D	rômbo	3	15	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	4,415	1,1038	0,9372	0,005	0,003	118	1,72	1E-05	3E-05	65,975
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,1	2E-06	5E-06	52,208
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	1,4	0,6	0,8586	0,005	0,002	84,7	2,15	3E-06	5E-06	42,6
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	1,5667	0,5	0,8586	0,006	0,002	104	2,28	3E-06	5E-06	32,683
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	0,875	0,375	0,8586	0,0057	0,002	122	2,95	3E-06	5E-06	27,312
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	0,7778	0,3333	0,8586	0,005	0,002	137	5,6	3E-06	5E-06	36,122
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	0,5	0,2575	0,1104	0,8586	0,0005	0,002	6,22	4,57	2E-06	5E-06	57,51
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	1	0,5151	0,2208	0,8586	0,001	0,002	13,6	1,15	2E-06	5E-06	61,134
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	2	1,0302	0,4415	0,8586	0,0022	0,002	22,3	1,51	2E-06	5E-06	47,142
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	3	1,5453	0,6623	0,8586	0,0034	0,002	34,3	1,63	2E-06	5E-06	49,111
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	4	2,0603	0,883	0,8586	0,0047	0,002	42,9	1,98	3E-06	5E-06	41,721
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,1	2E-06	5E-06	52,208
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,1	2E-06	5E-06	52,208
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	55,3	2,1	2E-06	5E-06	52,208
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,0056	0,002	53	1,98	2E-06	5E-06	49,228
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	1	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,0037	0,002	64	2,38	2E-06	5E-06
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,1	10	10000	80	0,88	5	0,875	0,375	0,8586	0,0057	0,002	111	2,4	4E-06	5E-06	20,103
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,075	10	10000	80	0,88	5	0,875	0,375	0,8586	0,0058	0,002	117	2,09	3E-06	5E-06	22,876
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	80	0,88	5	0,875	0,375	0,8586	0,0037	0,002	122	2,35	3E-06	5E-06	27,312
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,025	10	10000	80	0,88	5	0,875	0,375	0,8586	0,0037	0,002	154	6,32	3E-06	5E-06	42,416
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	1	0,05	10	10000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	50,8	2,1	2E-06	5E-06	47,975
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,9	0,05	10	12346	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	52,8	2,1	2E-06	5E-06	49,945
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,8	0,05	10	15625	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,002	48,7	2,1	2E-06	5E-06	45,731
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,7	0,05	10	20408	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,005	46,2	0,002	3E-06	5E-06	42,795
var. $\rho$	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,6	0,05	10	27778	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,005	29,8	0,002	4E-06	5E-06	11,313
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,5	0,05	10	40000	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,005	25	0,002	5E-06	5E-06	-5,715
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,4	0,05	10	62500	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,005	30	1	4E-06	5E-06	11,904
	2D	rômbo	3	10	200	50	50	0,3	0,05	10	111111	27,18	0,88	5	2,5754	1,1038	0,8586	0,005	0,005	0,4	0,4	5E-06	5E-06	-1,649